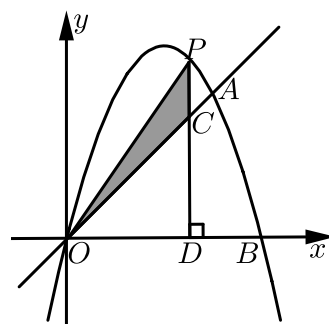


第2讲 二次函数之线段、面积问题（加油站）

一、单线段最值问题

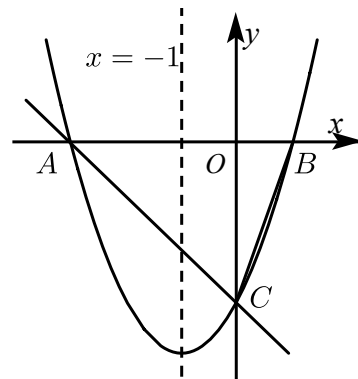
练习1

1. 如图，已知二次函数的图象经过点 $A(3,3)$ 、 $B(4,0)$ 和原点 O 。 P 为二次函数图象上的一个动点，过点 P 作 x 轴的垂线，垂足为 $D(m,0)$ ，并与直线 OA 交于点 C 。



- (1) 求出二次函数的解析式。
- (2) 当点 P 在直线 OA 的上方时，求线段 PC 的最大值。

2. 如图，对称轴为直线 $x = -1$ 的抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 与 x 轴相交于 A, B 两点。



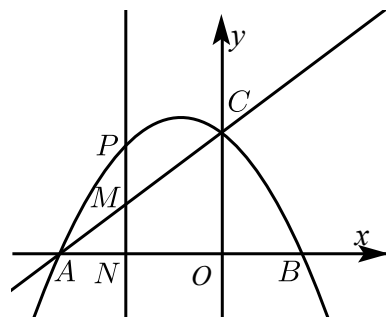
(1) 若点 A 的坐标为 $(-4, 0)$ ，求点 B 的坐标。

(2) 若已知 $a = 1$ ，点 A 的坐标为 $(-3, 0)$ ， C 为抛物线与 y 轴的交点。

① 若点 P 在抛物线上，且 $S_{\triangle POC} = 4S_{\triangle BOC}$ ，求点 P 的坐标。

② 设点 Q 是线段 AC 上的动点，作 $QD \perp x$ 轴交抛物线于点 D ，求线段 QD 长度的最大值。

3. 如图，抛物线 $y = -\frac{3}{8}x^2 + bx + c$ 与直线 $y = \frac{3}{4}x + 3$ 交 x 轴负半轴于点 A ，交 y 轴于点 C ，交 x 轴正半轴于点 B 。



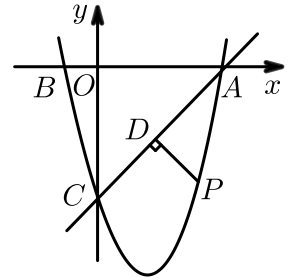
(1) 求抛物线的解析式。

(2) 点 P 为抛物线上任意一点，设点 P 的横坐标为 x 。

- ① 若点 P 在第二象限，过点 P 作 $PN \perp x$ 轴于 N ，交直线 AC 于点 M ，求线段 PM 关于 x 的函数解析式，并求出 PM 的最大值。
- ② 若点 P 是抛物线上任意一点，连接 CP ，以 CP 为边作正方形 $CPEF$ ，当点 E 落在抛物线的对称轴上时，请直接写出此时点 P 的坐标。

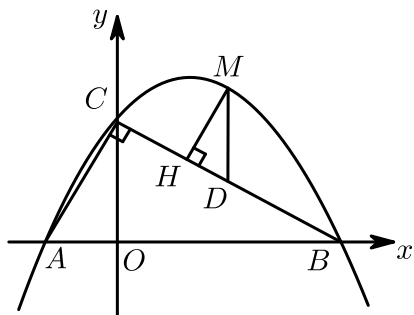
练习2

4. 如图，在平面直角坐标系中，已知点 B 的坐标为 $(-1, 0)$ ，且 $OA = OC = 4OB$ ，抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ 经过 A, B, C 三点。



- (1) 求 A, C 两点的坐标。
- (2) 求抛物线的解析式。
- (3) 若点 P 是直线 AC 下方的抛物线上的一个动点，作 $PD \perp AC$ 于点 D ，当 PD 的值最大时，求此时点 P 的坐标及 PD 的最大值。

5. 如图，直线 $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}x + \sqrt{3}$ 分别与 x 轴、 y 轴交于 B 、 C 两点，点 A 在 x 轴上， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle OBC = 30^\circ$ ，抛物线 $y = ax^2 + bx + \sqrt{3}$ 经过 A 、 B 两点。



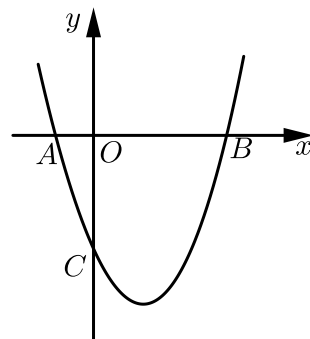
- (1) 求 A 、 B 两点的坐标。
- (2) 求抛物线的解析式。
- (3) 点 M 是直线 BC 上方抛物线上的一点，过点 M 作 $MH \perp BC$ 于点 H ，作 $MD \parallel y$ 轴交 BC 于点 D ，求 $\triangle DMH$ 周长的最大值。

二、面积最值问题

1. 公式法

练习3

6. 如图，抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$ ， $B(3, 0)$ 两点。



- (1) 求该抛物线的解析式。
- (2) 求该抛物线的对称轴以及顶点坐标。
- (3) 设(1)中的抛物线上有一个动点 P ，当点 P 在该抛物线上滑动到什么位置时，满足 $S_{\triangle PAB} = 8$ ，并求出此时 P 点的坐标。

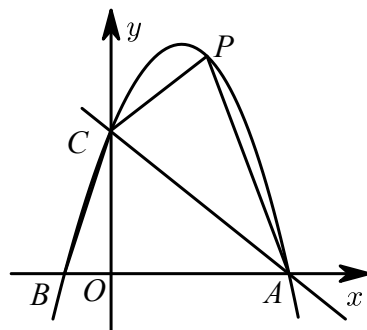
7. 如图，抛物线的顶点坐标是 $\left(\frac{5}{2}, -\frac{9}{8}\right)$ ，且经过点 $A(8, 14)$ 。

- (1) 求该抛物线的解析式。
- (2) 设该抛物线与 y 轴交于点 B ，与 x 轴相交于 C 、 D 两点(点 C 在点 D 的左边)，试求 $\triangle BCD$ 的面积。

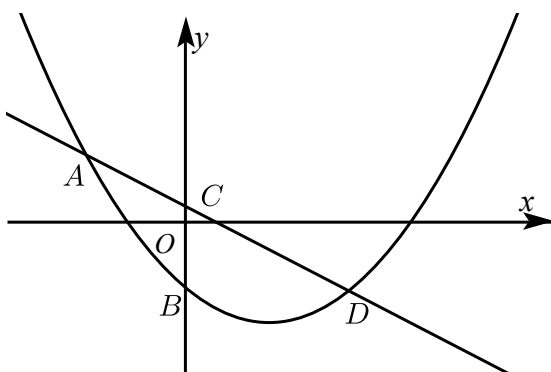
2. 割补法

练习4

8. 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = -x^2 + 3x + 4$ 与坐标轴交于 A 、 B 、 C 三点，连接 AC ，动点 P 在直线 AC 上方的抛物线上，是否存在点 P ，使得 $\triangle PAC$ 的面积最大？若存在，求出 P 点坐标及 $\triangle PAC$ 面积的最大值。



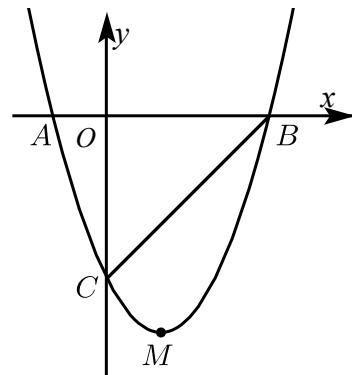
9. 如图，已知抛物线 $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) 经过点 $A(-3, 2)$ ， $B(0, -2)$ ，其对称轴为直线 $x = \frac{5}{2}$ ， $C(0, \frac{1}{2})$ 为 y 轴上一点，直线 AC 与抛物线交于另一点 D 。



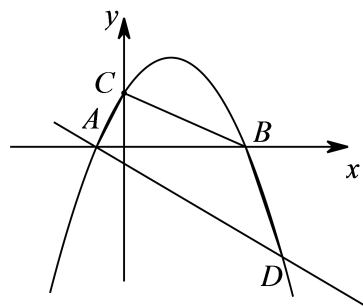
- (1) 求抛物线的函数表达式。
- (2) 试在线段 AD 下方的抛物线上求一点 E ，使得 $\triangle ADE$ 的面积最大，并求出最大面积。

练习5

10. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = x^2 - 2x + k$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点，与 y 轴交于点 $C(0, -3)$ ，顶点为 M ．则四边形 $OBMC$ 的面积为（ ）．

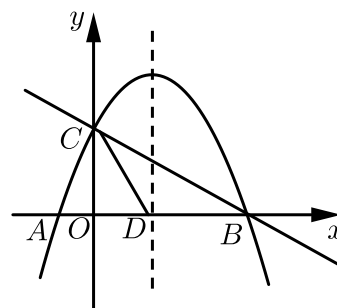


- A. 6.5 B. 7.5 C. 8.5 D. 9.5
11. 如图，已知抛物线 M 与 x 轴交于 $A(-1, 0)$ 、 B 两点，与 y 轴交于 $C(0, 2)$ 点，抛物线的对称轴为直线 $x = \frac{3}{2}$ ，连接 AC ．



- (1) 求抛物线 M 的解析式．
- (2) 判断 $\triangle ACB$ 的形状，并说明理由．
- (3) 过点 A 作 BC 的平行线，交抛物线 M 于另一点 D ，连接 BD ．试求出四边形 $ADBC$ 的面积．

12. 如图，直线 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 与 x 轴交于点 B ，与 y 轴交于点 C ，已知二次函数的图象经过点 B 、 C 和点 $A(-1, 0)$ 。

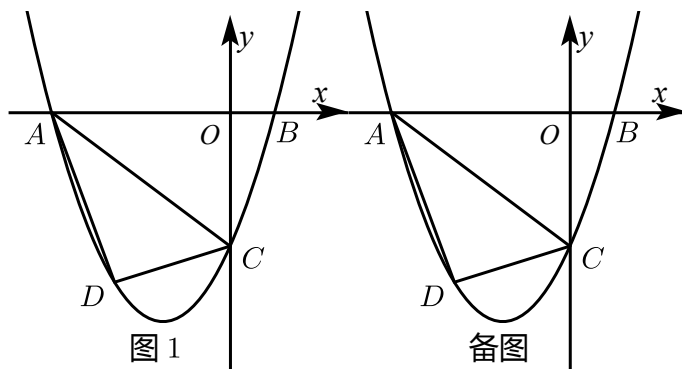


- (1) 求 B 、 C 两点坐标。
- (2) 求该二次函数的关系式。
- (3) 点 E 是线段 BC 上的一个动点，过点 E 作 x 轴的垂线与抛物线相交于点 F ，当点 E 运动到什么位置时，四边形 $CDBF$ 的面积最大？求出四边形 $CDBF$ 的最大面积及此时 E 点的坐标。

3. 铅锤法

练习6

13. 已知，如图抛物线 $y = ax^2 + 3ax + c (a > 0)$ 与 y 轴交于 C 点，与 x 轴交于 A 、 B 两点， A 点在 B 点左侧，点 B 的坐标为 $(1, 0)$ ， $OC = 3OB$ 。

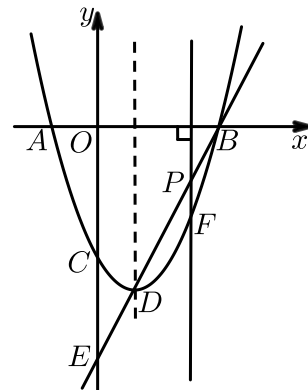


- (1) 求抛物线的解析式。
- (2) 若点 D 是线段 AC 下方抛物线上的动点，求四边形 $ABCD$ 面积的最大值。

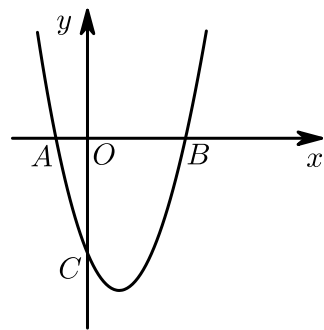
14. 抛物线 $y = x^2 - bx + c$ 与 x 轴交于点 $A(-1, 0)$, $B(3, 0)$, 与 y 轴交于点 C , 顶点为 D , 直线 BD 与 y 轴交于点 E .

(1) 求顶点 D 的坐标 .

(2) 如图 , 设点 P 为线段 BD 上一动点 (点 P 不于点 B 、 D 重合) , 过点 P 作 x 轴的垂线与抛物线交于点 F . 求 $\triangle BDF$ 的面积最大值 .



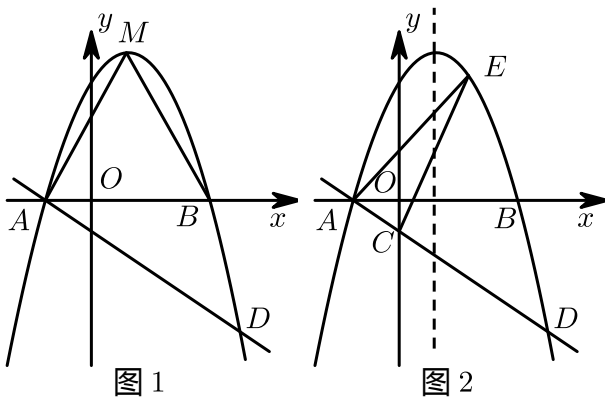
15. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，抛物线 $y = ax^2 + bx + c (a > 0)$ 与 x 轴相交于点 $A(-2, 0)$ 和点 B ，与 y 轴交于点 C ，对称轴为直线 $x = 1$ 。



- (1) 求点 C 的坐标（用含 a 的代数式表示）。
- (2) 连接 AC ， BC ，若 $\triangle ABC$ 的面积为48，求此抛物线的表达式。
- (3) 在第(2)小题的条件下，点 Q 为抛物线上一动点，当四边形 $ACQB$ 的面积最大时，求出最大面积，并确定点 Q 的坐标。

练习7

16. 如图，在平面直角坐标系 xOy 中，二次函数 $y = a(x+2)(x-4)$ ($a < 0$) 的图象与 x 轴交于 A, B 两点（点 A 在点 B 的左侧），顶点为 M ，经过点 A 的直线 $l: y = ax + b$ 与 y 轴交于点 C ，与抛物线的另一个交点为 D 。



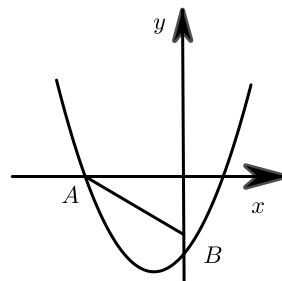
- (1) 直接写出点 A 的坐标_____，点 B 的坐标_____。
- (2) 如图(1)，若顶点 M 的坐标为 $(1, 9)$ ，连接 BM 、 AM 、 BD ，请求出二次函数及一次函数的解析式，并求出四边形 $ADBM$ 的面积。
- (3) 如图(2)，点 E 是直线 l 上方的抛物线上的一点，若 $\triangle ACE$ 的面积的最大值为 $\frac{49}{4}$ 时，请直接写出此时 E 点的坐标。

三、由面积求坐标

1. 面积相等问题

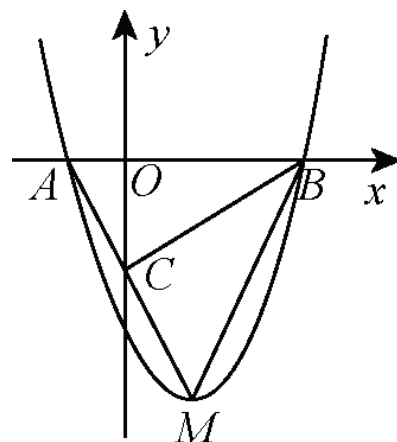
练习8

17. 如图，在平面直角坐标系中， O 为原点，抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ (b, c 为常数) 经过点 $A(-4, 0)$ 和点 $B(0, -2)$ 。



- (1) 求抛物线的解析式。
- (2) 在抛物线上是否存在一点 P ，使 $S_{\triangle PAB} = S_{\triangle OAB}$ ？若存在，请求出点 P 的坐标，若不存在，请说明理由。

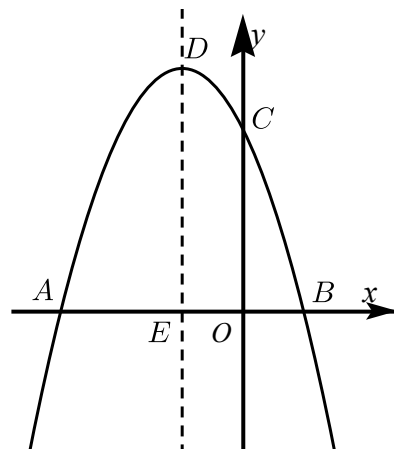
18. 如图，二次函数 $y = (x-1)^2 - 4$ 的图象与 x 轴交于 A 、 B 两点，顶点为 M ，直线 AM 与 y 轴交于点 C ，在抛物线上是否还存在点 P ，使得 $S_{\triangle PMB} = S_{\triangle BCM}$ ，如果不存在，说明理由；如存在，请求出 P 点的坐标。



2. 面积成比例问题

练习9

19. 如图，已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象过点 $A(-3, 0)$ ， $C(0, 3)$ 。



- (1) 求抛物线的解析式 .
- (2) 在对称轴左侧的抛物线上是否存在点 F , 使得 $2S_{\triangle FBC} = 3S_{\triangle EBC}$? 若存在 , 求出点 F 的坐标 ; 若不存在 , 说明理由 .